



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پیش آزمون شماره ۴
مهرماه ۱۴۰۳



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	ابوالفضل فروغی - نیکا موسوی
۲	هندسه	مهريار راشدی	حسن محمدبیگی - محمد شاه محمدی احمد رضا فلاح	مهديار شريف - فاطمه فرجی
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - سوگند روشنی	مهديار شريف - فاطمه فرجی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	مجتبی دانایی - علی مجیدی	محمد رضا خادمی - امیرعلی قزوینیان
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیگ محمدی - هادی مهدی زاده	محمد داودآبادی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)

زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - پریا رحیمی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به فرض داده شده داریم:

$$1 - \tan x - \frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x} + 1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \tan x - \frac{1}{\tan x + 1} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan x = a \Rightarrow 1 - a - \frac{1}{a+1} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(1-a)(1+a) - 1}{a+1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-a^2}{a+1} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2a^2 - a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۲. گزینه ۴ صحیح است.

چون A روی دایره مثلثاتی است، پس:

$$A \begin{cases} \cos \alpha = x \\ \sin \alpha = 1 - 2x \end{cases} \Rightarrow x^2 + (1 - 2x)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x + x^2 = 0 \Rightarrow \Delta x^2 = 4x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{5} \end{cases}$$

$$A \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix}, O \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{مساحت } S = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25} = \frac{6}{25}$$

$$\text{محیط } P = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} + 1 = \frac{12}{5} = \frac{60}{25} \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

۳. گزینه ۲ صحیح است.

اگر P را ساده کنیم، داریم:

$$P = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) + \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$P = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \Rightarrow P = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{P+1}{P-1} = \frac{\frac{7}{4}+1}{\frac{7}{4}-1} = \frac{11}{3}$$

۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{DB}{\sin \hat{A}} = \frac{AD}{\sin 40^\circ} \xrightarrow{\hat{A} = 80^\circ} \frac{DB}{2 \sin 40^\circ \cos 40^\circ} = \frac{AD}{\sin 40^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{2 \sin 40^\circ} = AD$$

$$\Delta BDC: \frac{BC}{\sin \hat{D}} = \frac{BD}{\sin 50^\circ} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{BD}{\sin 50^\circ}$$

$$\Rightarrow BD = 4 \sin 50^\circ$$

$$\Rightarrow AD = \frac{4 \sin 50^\circ}{2 \sin 50^\circ} \Rightarrow AD = 2$$

۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$A = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

$$= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha)$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^6 \alpha \cos^6 \alpha = \frac{1}{64}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{4 \times \frac{1}{64}} = 16$$

۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} \sin \beta \Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{2}{3} \frac{MN}{BM}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{2}{3} MN \Rightarrow AM = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} NC\right)$$

$$\Rightarrow AM = \frac{2\sqrt{3}}{9} NC \Rightarrow \frac{NC}{AM} = \frac{9}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{NC}{AM} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$S_1 = \frac{1}{2} R^2 \theta \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \text{مساحت رنگی} = \frac{\pi}{2} - x$$

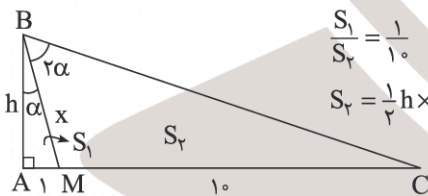
$$\text{مثلاً } S = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin(\pi - 2x) = \frac{1}{2} \sin 2x$$

S ربع دایره S رنگی و S مثلاً

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = x - \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2} = 2x - \sin 2x \Rightarrow P = \frac{\pi}{2}$$

۸. گزینه ۳ صحیح است.



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{10}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} h \times 1 \cdot \frac{h=2}{h=2} \rightarrow S_2 = 10$$

زیرا:

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} h \cdot x \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{121 + h^2} \cdot \sin 2\alpha} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{2\sqrt{121 + h^2} \cos \alpha} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\Delta h}{\sqrt{121 + h^2}}$$

از طرفی:

$$\cos \alpha = \frac{h}{x} = \frac{h}{\sqrt{1 + h^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{\sqrt{1 + h^2}} = \frac{\Delta h}{\sqrt{121 + h^2}} \Rightarrow 25(1 + h^2) = 121 + h^2$$

$$\Rightarrow 24h^2 = 96 \Rightarrow h = 2$$

۹. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\cos\left(\alpha + \frac{\Delta\pi}{4}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4} + \frac{6\pi}{4}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$= \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$$

یعنی:

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$



$$3 \leq 2 \sin^2 x + 3 \leq 5 \Rightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{1}{2 \sin^2 x + 3} \leq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a > 0: \max\{g(x)\} = \frac{a}{3} \\ a < 0: \max\{g(x)\} = \frac{a}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0: -5 = \frac{a}{5} \Rightarrow a = -25 \\ a > 0: -5 = \frac{a}{3} \Rightarrow a = -15 \text{ غرق} \end{cases}$$

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha \Rightarrow f(x) = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f\left(\frac{13}{2}\right) = 1 - \cos\left(\frac{13\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 - \cos 3\pi = 2$$

یعنی تابع به ازای $x = \frac{13}{2}$ در موضع \max قرار گرفته است. بدیهی است برای شروع از نقطه \max باید تابع نزولی اکید باشد و البته فقط تا نیم دوره متناوب می‌تواند جلو برود یعنی:

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 4, \quad \alpha_{\max} = \frac{13}{2} + \frac{T}{2} \Rightarrow \alpha_{\max} = \frac{13}{2} + 2 = \frac{17}{2} = 8.5$$

و البته نزولی اکید.

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{T}{2} = 2 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{\pi}{|b|} = 4 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{4}$$

$$\max\{f(x)\} = a = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 - \cos^2\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

$$= f(1.5) = 2 - \cos^2\left(\frac{1.5\pi}{4}\right) = 2 - \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.

چون $b > 0$ و تابع در مجاورت $x = 0$ صعودی اکید است، پس $c < 0$.

$$\begin{cases} \max\{f(x)\} = a + |c| = a - c = 4 \\ \min\{f(x)\} = a - |c| = a + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow 2 - 2 \cos\left(-b \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{b\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{3} - \frac{b\pi}{6} = 0$$

$$\Rightarrow b = 2 \Rightarrow ac + b = -4 + 2 = -2$$

۱۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{نکته: } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$f(x) = a \times \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2bx\right)}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \sin(2bx)$$

با توجه به آنکه تابع در مجاورت $x = 0$ صعودی اکید است، پس $-ab > 0$ ، یعنی $ab < 0$ ، اما دقت کنید $a > 0$ ، پس $b < 0$.

$$T = \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{-\pi}{b} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = -3$$

$$\begin{cases} \min\{f(x)\} = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = 0 \\ \max\{f(x)\} = a = 4 \Rightarrow ab = -12 \end{cases}$$

مطابق اتحاد $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ داریم:

$$\cos\left(2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)\right) = 1 - 2 \sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = 1 - 2 \times \frac{1}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = 0 \Rightarrow \cos 2\alpha = \pm 1$$

۱۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{\pi}{9} < \alpha < \frac{5\pi}{18} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < 2\alpha < \frac{5\pi}{9}$$

$$\frac{1}{4} < \sin 2\alpha \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{2m}{m+1} \leq 1$$

$$\frac{2m}{m+1} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{m-1}{m+1} \leq 0 \Rightarrow -1 < m \leq 1 \quad (I)$$

$$\frac{2m}{m+1} > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2m}{m+1} - \frac{1}{4} > 0 \Rightarrow \frac{2m-1}{2(m+1)} > 0$$

$$\Rightarrow m > \frac{1}{2} \text{ یا } m < -1 \quad (II)$$

$$(I) \cap (II) \Rightarrow \frac{1}{4} < m \leq 1$$

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

نکته:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$AB = (1 - \cos \frac{\pi}{12})(1 - \cos \frac{5\pi}{12})(1 + \cos \frac{5\pi}{12})(1 + \cos \frac{\pi}{12})$$

$$\Rightarrow AB = (1 - \cos \frac{\pi}{12})(1 + \cos \frac{\pi}{12})(1 - \cos \frac{5\pi}{12})(1 + \cos \frac{5\pi}{12})$$

$$\Rightarrow AB = (1 - \cos^2 \frac{\pi}{12})(1 - \cos^2 \frac{5\pi}{12})$$

$$\Rightarrow AB = \sin^2 \frac{\pi}{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$$

$\frac{\pi}{12}$ و $\frac{5\pi}{12}$ متمم هستند، پس:

$$AB = \sin^2 \frac{\pi}{12} \cos^2 \frac{\pi}{12} \Rightarrow AB = \frac{1}{4} \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}\right)^2$$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{4} \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

۱۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\triangle OAB: \hat{B} = \alpha \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{OB} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{OB}$$

$$MB = OB - 1 \Rightarrow MB = \frac{1}{\sin \alpha} - 1$$

از طرفی:

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \sin^2 \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{6}$$

$$\xrightarrow{\sin \alpha > 0} \sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow MB = \sqrt{6} - 1$$

۱۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = \cos 2x + 4 \sin x = 1 - 2 \sin^2 x + 4 \sin x$$

$$\Rightarrow f(x) = -2(\sin^2 x - 2 \sin x) + 1 = -2(\sin x - 1)^2 + 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq (\sin x - 1)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \max\{f(x)\} = 3 \\ \min\{f(x)\} = -5 \end{cases}$$

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(0) = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a < 0$$

$$T = \frac{\pi}{\left| \frac{a\pi}{b} \right|} = \frac{b}{|a|} = \frac{-1}{a} = \frac{2}{12} \Rightarrow a = -6$$

$$f(x) = 1 + \tan(-6\pi x) = 1 - \tan(6\pi x)$$

$$f(x) = 0, \tan(6\pi x) = 1 \Rightarrow 6\pi x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{24}$$

$$x_A = \frac{1}{24} - T = \frac{1}{24} - \frac{1}{6} = -\frac{3}{24} = -\frac{1}{8}$$

$$x_B = -\frac{1}{12} + 2T = -\frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$$

هندسه

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

گزاره‌های (ج) و (د) نادرست هستند.

دو صفحه عمود بر یک صفحه می‌توانند موازی یا متقاطع باشند. دو خط موازی با یک صفحه می‌توانند موازی، متقاطع یا متناظر باشند.

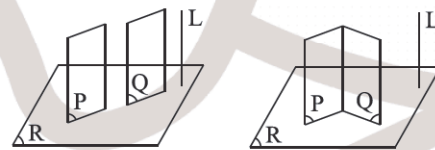
(هندسه دهم، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶)

۲۰. گزینه ۳ صحیح است.

اگر دو صفحه P و Q بر صفحه R عمود باشد، دو حالت دارد:

(۱) P و Q با هم موازی باشند.

(۲) P و Q متقاطع باشند.



گزینه ۳ غلط است، زیرا (دو صفحه P و Q) همواره متقاطع نیستند. البته در این حالت L باز با دو صفحه P و Q موازی است. بقیه گزینه‌ها با توجه به شکل‌های رسم شده درست هستند.

(هندسه دهم، صفحه ۸۳)

۲۱. گزینه ۲ صحیح است.

گزاره‌های (الف)، (ب)، (د) و (ه) نادرست هستند و فقط گزاره (ج) درست است.

(هندسه دهم، صفحه ۸۴)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

مثلث ABC قائم‌الزاویه است، زیرا

$13^2 = 12^2 + 5^2$ و فیثاغورس برقرار است. در ضمن نمای روبه‌روی این

منشور مثلث ABC است و نمای بالای آن مستطیل BEDC است. بنابراین:

$$S_{\text{نمای روبه‌رو}} = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(5)(12) = 30$$

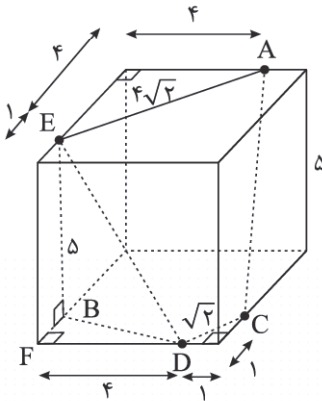
$$S_{\text{نمای بالا}} = S_{\text{BEDC}} = 3 \times 5 = 15$$

پس مجموع مساحت‌های نمای بالا و نمای روبه‌رو برابر $30 + 15 = 45$ است.

(هندسه دهم، صفحه ۹۱)

۲۳. گزینه ۴ صحیح است.

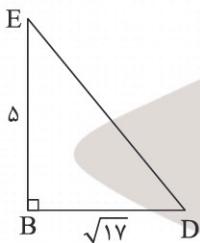
سطح مقطع حاصل، یک دوزنقه متساوی‌الساقین است که قاعده‌های آن برابرند با:



$$AE = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}, CD = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

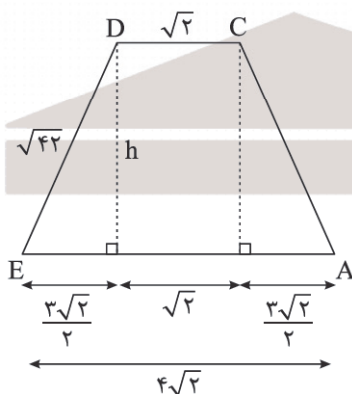


$$\Rightarrow BD = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$$



$$\Rightarrow ED = \sqrt{4^2 + 17} = \sqrt{42}$$

بنابراین:



$$h = \sqrt{42 - \frac{9}{2}} = \sqrt{\frac{75}{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

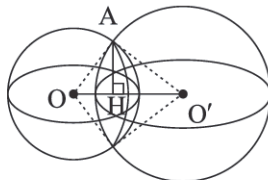
$$S_{\text{AECD}} = \frac{(\sqrt{2} + 4\sqrt{2}) \times \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)



۲۴. گزینه ۲ صحیح است.

فصل مشترک دو کره متقاطع دایره است. از مراکز دو کره به نقاط این دایره وصل می‌کنیم دو مخروط ایجاد می‌شود. به طوری که در مثلث OAO' ارتفاع AH شعاع قاعده هر دو مخروط و $O'H$ و OH ارتفاع‌های این دو مخروط هستند. داریم:



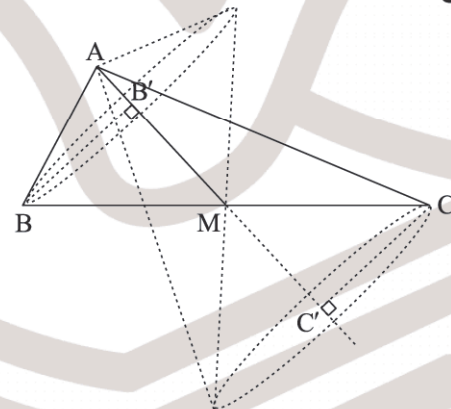
$$\begin{aligned} 6^2 + 8^2 &= 10^2 \Rightarrow OA^2 + O'A^2 = OO'^2 \\ \Rightarrow OA \times O'A &= AH \times OO' \\ \Rightarrow 6 \times 8 &= 10 \times AH \Rightarrow AH = \frac{24}{5} \end{aligned}$$

پس:

$$\begin{aligned} \text{حجم مخروط دوم} + \text{حجم مخروط اول} &= \text{حاصل} \\ &= \frac{1}{3} \pi AH^2 \times OH + \frac{1}{3} \pi AH^2 \times O'H = \frac{1}{3} \pi AH^2 (OH + O'H) \\ &= \frac{1}{3} \pi AH^2 \times OO' = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{24}{5}\right)^2 \times 10 = \frac{288}{5} \pi \end{aligned}$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۴)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.



از دوران $\triangle ABM$ حول AM ، دو مخروط ایجاد می‌شود که شعاع هر دو BB' و ارتفاع‌ها AB' و MB' هستند. پس:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \pi (BB')^2 \times AB' + \frac{1}{3} \pi (BB')^2 \times MB' \\ &= \frac{1}{3} \pi (BB')^2 (AB' + MB') = \frac{1}{3} \pi (BB')^2 \times AM \end{aligned}$$

همچنین از دوران $\triangle ACM$ حول AM ، حجمی ایجاد می‌شود که مقدار آن برابر است با تفریق دو حجم، یکی مخروطی به شعاع قاعده CC' و ارتفاع AC' و دیگری مخروطی به شعاع قاعده CC' و ارتفاع MC' .

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{3} \pi (CC')^2 \times AC' - \frac{1}{3} \pi (CC')^2 \times MC' \\ &= \frac{1}{3} \pi (CC')^2 (AC' - MC') = \frac{1}{3} \pi (CC')^2 \times AM \end{aligned}$$

پس:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \pi (BB')^2 \times AM}{\frac{1}{3} \pi (CC')^2 \times AM} \quad \underline{BB' = CC'}$$

دقت کنید! اگر مثلث در رأس A قائمه نباشد هم پاسخ همین است! (هندسه دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

الف) نادرست، زیرا اگر d بر Δ عمود باشد، دوران d حول Δ سطح مخروطی نیست یا اگر d با Δ موازی باشد، دوران d حول Δ سطح استوانه‌ای است.

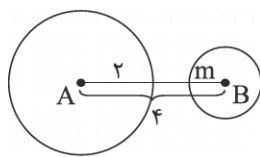
ب) درست

ج) درست، فصل مشترک صفحه با سطح استوانه‌ای دو خط موازی یا یک خط یا یک دایره یا یک بیضی است. هرگز مستطیل ایجاد نمی‌شود.

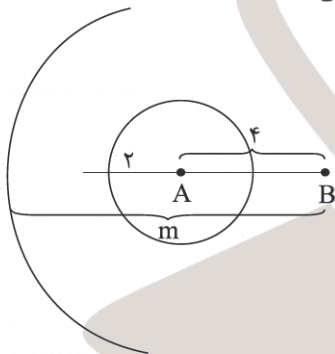
(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۹)

۲۷. گزینه ۴ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله ۲ باشند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ است و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از B به فاصله m واحد باشند، دایره‌ای است به مرکز B و شعاع m . مطابق فرض نباید این دو دایره یکدیگر را قطع کنند یا نقطه تماسی داشته باشند. حالت اول: دو دایره متخارج می‌باشند.



در این حالت باید $m < 2$ باشد. حالت دوم: دو دایره متداخل می‌باشند.



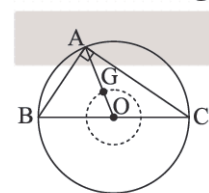
در این حالت باید $m > 6$ باشد.

با توجه به دو حالت اول و دوم m می‌تواند مقادیر ۱، ۷، ۸، ۹ یعنی ۴ مقدار را بپذیرد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)

۲۸. گزینه ۲ صحیح است.

وقتی B و C ثابت و فاصله آنها ۱۰ واحد می‌باشد، یعنی رأس دیگر (یعنی A) روی دایره‌ای به قطر BC حرکت می‌کند.

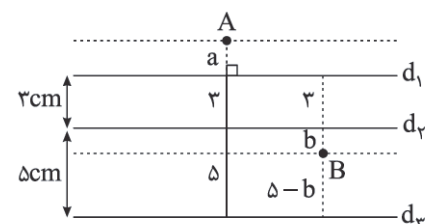


$$OA = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} (10) = 5$$

می‌دانیم مرکز ثقل، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند پس G هم روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع $OG = \frac{1}{3} OA = \frac{5}{3}$ می‌باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.



۳۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\binom{8}{2} \times \binom{6}{3} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times 1$$

$$56 \times 6 \times 6 = 2016$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۹)

۳۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$\binom{8}{2} \times 3! \times 6! \times 2! = \frac{8!}{3! \times 5!} \times 3! \times 6! \times 2! = 12 \times 8!$$

انتخاب ۲ مداد واسطه
جایگشت ۳ مداد
جایگشت کل
جایگشت مداد قرمز و آبی

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۹ و ۱۳۹)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$a^2 + 2^m a^2 \Rightarrow a^2 + 1^m a^2 - 1$$

$$(a+1)(a^2 - a + 1) \equiv (a-1)(a+1)$$

$$\frac{+(a+1)}{(m, a+1)=1} \rightarrow a^2 - a + 1 \equiv a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a \equiv -2$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۵. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید $A = 5^{200} + 7^{300}$. ابتدا باقیمانده A را به ۵ و ۷ محاسبه می‌کنیم.

$$A \equiv 5^{200} + 7^{300} \equiv 0 + 2^{300} \equiv (4)^{150} \equiv (-1)^{150} \equiv 1$$

$$A \equiv 5^{200} + 7^{300} \equiv (-2)^{200} \equiv 2^{200} \equiv (8)^{66} \times 2^2 \equiv 4$$

حال داریم:

$$\begin{cases} A \equiv 1 \pmod{5} \\ A \equiv 4 \pmod{7} \end{cases} \Rightarrow A \equiv 11 \pmod{35}$$

کافی است رقم یکان $12^{100} = (12+1)^{100}$ را محاسبه کنیم.

$$12^{100} \equiv 2^{100} \equiv 16^{25} \equiv 6$$

پس رقم یکان ۶ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۴)

۳۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$4x^2 - 9 = P$$

$$(2x-3)(2x+3) = P$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+3 = P \\ 2x-3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ P = 7 \end{cases}$$

$$2m \equiv 2 \pmod{7} \xrightarrow{+2} m \equiv 10 \pmod{7} \Rightarrow m = 7k + 3$$

$$10 \leq 7x + 3 \leq 99$$

$$7 \leq 7k \leq 96 \Rightarrow 1 \leq k \leq 13$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۵)

اگر A یک نقطه از مکان باشد، داریم:

$$|(a+3+5) - (a+3)| = (a) + (a+3)$$

$$\Rightarrow 5 = 2a + 3 \Rightarrow a = 1$$

یعنی خطی موازی خطوط که از A می‌گذرد، بخشی از مکان هندسی است. همچنین اگر B نقطه‌ای از مکان هندسی باشد، داریم:

$$|(b) - (5-b)| = (b) + (b+3)$$

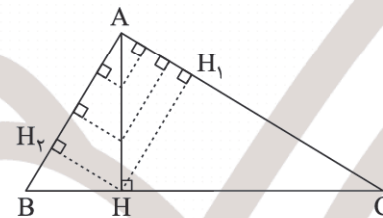
$$\Rightarrow |2b - 5| = 2b + 3 \xrightarrow{b < \frac{5}{2}} -2b + 5 = 2b + 3$$

$$\Rightarrow 4b = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

یعنی خطی موازی خطوط که از B می‌گذرد، بخشی از مکان هندسی است. دقت کنید! اگر نقطه‌ای پایین d_3 یا بین d_1 و d_2 بگیریم، تساوی‌های تشکیل شده، غیرممکن می‌شوند و بنابراین در آن نواحی، چنین مکانی وجود ندارد!

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

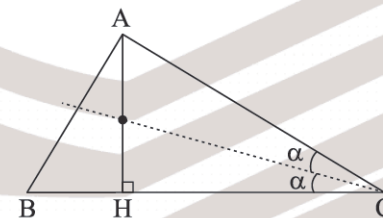
۳۰. گزینه ۲ صحیح است.



ارتفاع وارد بر وتر، مکان هندسی نقاطی درون مثلث است که نسبت فاصله‌های آنها از دو ضلع AB و AC برابر با $\frac{AB}{AC}$ است.

$$\Delta ABH \sim \Delta ACH, k = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{\text{نسبت ارتفاعها}} \frac{HH_2}{HH_1} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

از طرفی مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو ضلع AC و BC به یک فاصله باشند، نیمساز زاویه C است. پس پاسخ مسئله، عبارت است از نقاط تقاطع AH با نیمساز زاویه داخلی C، که یک و تنها یک نقطه است.



(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۱ صحیح است.

دو حالت را در نظر می‌گیریم:

حالت اول: حرف واسطه بین C و t متمایز با حرف واسطه بین y و O باشد.

$$(c, \dots, t) (0, \dots, y) \times \times \times$$

$$5! \times 2! \times 2! \times 5 \times 4 = 80 \times 5!$$

حالت دوم: O یا y بین C و t رابطه باشد.

$$(c, \dots, t) \times \times \times \times \times$$

$$(0, \dots, y)$$

$$6! \times 2! \times 2! \times 2! = 48 \times 5!$$

پاسخ سوال $128 \times 5! \Rightarrow 128 \times 5! = 48 \times 5! + 80 \times 5!$ می‌باشد.

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۹)



۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$205x - 305y = 505 \xrightarrow{+5} 41x - 61y = 101 \Rightarrow -61y \equiv 101 - 41x$$

$$\Rightarrow -20y \equiv 60 \Rightarrow y \equiv -3 \Rightarrow y = -3 + 41t$$

لا را جایگزین و x را محاسبه می کنیم.

$$\begin{cases} x = -2 + 61t \\ y = -3 + 41t \end{cases} \Rightarrow x + y = -5 + 102t \xrightarrow{t=1} x + y = 97$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۶ و ۲۷)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$2^x \times 2^y = 2^9 \Rightarrow 2^x + 2^y = 9 \Rightarrow 2x + 5y = 9 \Rightarrow 2x \equiv 9 - 5y \Rightarrow x \equiv 2$$

$$x = 5k + 2$$

$$2x = 10k + 4$$

$$2x - 1 = 10k + 3 \xrightarrow{k=3t} 2x - 1 = 30t + 3$$

$$\xrightarrow{k=3t+1} 2x - 1 = 30t + 13$$

$$\xrightarrow{k=3t+2} 2x - 1 = 30t + 23$$

$$3 + 13 + 23 = 39$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۶ و ۲۷)

۳۹. گزینه ۱ صحیح است.

$$5 \times 31 + 19 \Rightarrow 19 \text{ شهریور}$$

$$6 \times 31 + 4 \times 30 + 1 \Rightarrow 1 \text{ بهمن}$$

یکشنبه $14 \equiv 0$
 بهمن $7 \equiv 7$
 بهمن $14 \equiv 7$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

۴۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$98a + 7a \equiv 0 \Rightarrow -6 + 2a \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 3 \Rightarrow a = 3$$

$$1752b \equiv 0 \Rightarrow b \equiv 0, b = 3, b = 6, b = 9 \checkmark$$

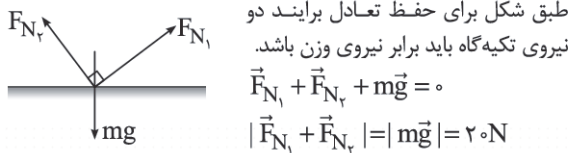
چون \overline{ab} بر ۱۳ بخش پذیر است، پس $b = 9$ است.

$$3x + 9y = 1404$$

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

الف) چون شتاب گرانش در ماه کمتر از زمین است، پس وزن جسم در ماه قطعاً از وزن آن در زمین کمتر است.
 ب) نیروی عمودی تکیه گاه ماهیت الکتریکی دارد.
 ج) در شرایط هوا شتاب متغیر است.
 (فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۵ تا ۳۹)

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.



۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

$f_{s\max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.3 \times 40 = 12N$
 چون نیروی F از $f_{s\max}$ کمتر است، جسم روی سطح ساکن مانده و نیروی اصطکاک از نوع ایستایی بوده و برابر نیروی جلوبرنده است.
 $F = 5 < 12 \Rightarrow$ حرکت نمی کند
 $f_s = F \Rightarrow f_s = 5N \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \Rightarrow R = \sqrt{5^2 + 40^2} = 5\sqrt{65}N$
 (فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۷ تا ۴۲)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$v = 1 \frac{m}{s} \Rightarrow f_D = 4v^2 = 4 \times 1 = 4N$$

$$mg - f_D = ma \Rightarrow 0.5 \times 10 - 4 = 0.5a$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{0.5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$x = -2t^2 + 12t - 7, x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2}, v_0 = 12 \frac{m}{s}$$

چون شتاب حرکت ثابت است، نیروی وارد بر جسم ثابت بوده و به زمان حرکت بستگی ندارد.

$$|F| = m|a| = 0.8 \times 4 = 3.2N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۲ و ۳۳)

۴۷. گزینه ۳ صحیح است.

چون حرکت کندشونده رو به پایین است، جهت شتاب رو به بالا است.

$$F_N - mg = ma$$

$$\Rightarrow F_N = m(g + a)$$

$$F_N = 60(10 + 2) = 720N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۷ تا ۴۲)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

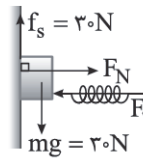
وقتی $F = 0$ است، نیروی سطح به جسم همان وزن جسم است.
 $W = mg = 40N$
 وقتی $F = 30N$ است، جسم در آستانه لغزش قرار می گیرد. پس:
 $f_{s\max} = 30N$
 $f_{s\max} = \mu_s F_N \Rightarrow 30 = \mu_s \times 40 \Rightarrow \mu_s = 0.75$
 (فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۹ تا ۴۳)

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

در حالت اول: $F - f_k = ma_1 \Rightarrow F - f_k = 4a_1$
 در حالت دوم: $(F + 5) - f_k = m \times 1/5 a_1$
 $\Rightarrow F - f_k + 5 = 4 \times 1/5 a_1 \Rightarrow F - f_k + 5 = 6a_1$
 $4a_1 + 5 = 6a_1 \Rightarrow 2a_1 = 5 \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$
 (فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۲ و ۳۳)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.



$$F_N = F_e = k\Delta x = 750 \times \frac{12}{100} = 90 \text{ N}$$

$$f_s = mg = 20 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{20^2 + 90^2} \Rightarrow R = 20\sqrt{10} \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

وقتی جسم را پرتاب می‌کنیم، نیروی محرک نداریم و حرکت جسم کندشونده است:

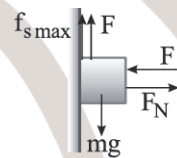
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma$$

$$\Rightarrow a = -\mu_k g = -\frac{4}{5}g$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow x = -2t^2 + 5t$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.



$$mg = F + f_{s \text{ max}}$$

$$mg = F + \mu_s \cdot F_N \Rightarrow 90 = F + 0.8F$$

$$90 = 1.8F \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

فقط مورد (ب) نادرست است.

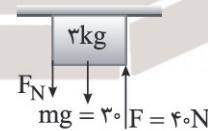
نیروهای کنش و واکنش به دو جسم مختلف وارد می‌شوند نه به یک جسم! (فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

در هر شکل نیروهای وارد بر جسم را مشخص کرده و سپس نیروی عمودی تکیه‌گاه را به دست می‌آوریم.

نیروی عمودی تکیه‌گاه همیشه بر سطح تکیه‌گاه عمود است.

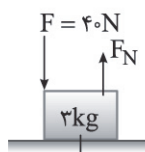
شکل (۱):



$$F = mg + F_N$$

$$F = 40 \text{ N}, mg = 30 \text{ N} \rightarrow 40 = 30 + F_N \Rightarrow F_N = 10 \text{ N}$$

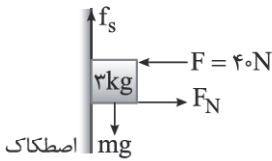
شکل (۲):



$$F + mg = F_N$$

$$F = 40 \text{ N}, mg = 30 \text{ N} \rightarrow 40 + 30 = F_N \Rightarrow F_N = 70 \text{ N}$$

شکل (۳):



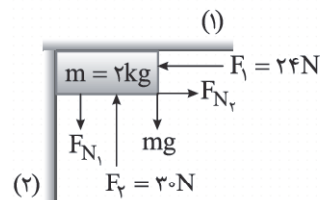
$$F = F_N = 40 \text{ N}$$

نیروهای عمودی تکیه‌گاه به ترتیب ۱۰، ۷۰ و ۴۰ نیوتون خواهند بود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:

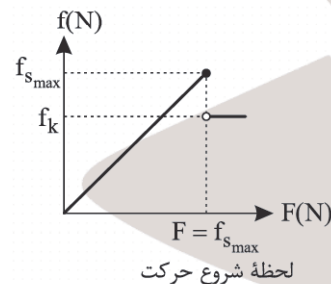


اگر در راستای افقی دقت کنیم، نیروی عمودی تکیه‌گاه (۲) بر جسم با F_1 برابر است؛ بنابراین تغییرات F_2 هیچ اثری بر آن نخواهد داشت.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی افقی F وارد بر جسم که به صورت زیر است، می‌توان اندازه نیروی اصطکاک جنبشی و اصطکاک ایستایی را به دست آورد.



$$f_k = 15 \text{ N}$$

$$f_{s \text{ max}} = 20 \text{ N}$$

نسبت اصطکاک ایستایی بیشینه بر جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{f_{s \text{ max}}}{f_k} = \frac{\mu_s \cdot F_N}{\mu_k \cdot F_N} = \frac{\mu_s}{\mu_k} \Rightarrow \frac{20}{15} = \frac{\mu_s}{\mu_k} \Rightarrow \frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۵۶. گزینه ۱ صحیح است.

در شکل (۱) نسبت به شکل (۲) سطح تماس جسم با مولکول‌های هوا بیشتر است.

می‌دانیم نیروی مقاومت شاره به سطح برخورد با هوا بستگی دارد. یعنی هر چه سطح تماس بیشتر باشد، نیروی مقاومت هوا بیشتر است.

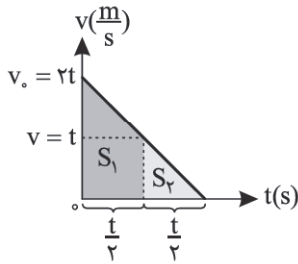
طبق رابطه شتاب سقوط در هوا، $(a = g - \frac{f_D}{m})$ هر چه نیروی مقاومت هوا بیشتر باشد، شتاب کمتر است، یعنی دیرتر و با سرعت کمتر و با صرف زمان بیشتری به زمین می‌رسد.

با جمع‌بندی نکات فوق پی می‌بریم پاسخ صحیح گزینه ۱ می‌باشد. یعنی شکل ۱ در مدت زمان بیشتری نسبت به شکل ۲ و با سرعت کمتری به زمین برخورد می‌کند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)



مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر جابه‌جایی است، پس:

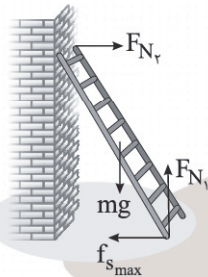


$$\begin{cases} S_1 = \frac{v_0 + v}{2} \times \frac{t}{2} = \frac{2t + t}{2} \times \frac{t}{2} = \frac{3t^2}{4} \\ S_2 = \frac{v \times \frac{t}{2}}{2} = \frac{t \times \frac{t}{2}}{2} = \frac{t^2}{4} \\ S_1 = S_2 + \Delta s \Rightarrow \frac{3t^2}{4} = \frac{t^2}{4} + \Delta s \\ \Rightarrow t = 1.0 \text{ s} \Rightarrow v_0 = 2t = 2.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم کنید. چون نردبان در آستانه برخوردن است، اصطکاک آن با سطح افقی $f_{s \max}$ است.



$$F_{N_1} = mg$$

نیروی سطح افقی بر جسم، F_{N_1} و $f_{s \max}$ است:

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{F_{N_1}}{f_{s \max}} = \frac{F_{N_1}}{\mu_s F_{N_1}} = \frac{1}{\mu_s} \\ \mu_s &= \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53^\circ \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۶)

۶۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$W_{mg} = +mgh = mgR \sin 37^\circ = 0.1 \times 10 \times R \times 0.6 = 0.6R = 1.2J$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۶۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} F = m_1 a_1 = 3m_1 \\ F = m_2 a_2 = 4m_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{F}{3} \\ m_2 = \frac{F}{4} \end{cases}$$

$$F = (m_1 - m_2) a \Rightarrow F = \left(\frac{F}{3} - \frac{F}{4}\right) a \Rightarrow 1 = \frac{1}{12} a \Rightarrow a = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۵۷. گزینه ۱ صحیح است.

بر جسم، تنها دو نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن وارد می‌شود؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} m_1 g - f_D &= m_1 a_1 \xrightarrow{\substack{m_1 = 2 \text{ kg} \\ a = \Delta \frac{m}{s^2}}} 2(1.0) - f_D = 2(\Delta) \\ \Rightarrow 2.0 - f_D &= 1.0 \Rightarrow f_D = 1.0 \text{ N} \quad (1) \end{aligned}$$

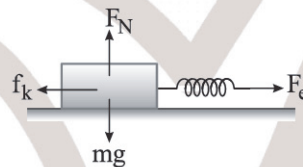
با توجه به برابر بودن نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم‌ها، برای جسم دیگر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} m_2 g - f_D &= m_2 a_2 \xrightarrow{m_2 = 4 \text{ kg}} 4(1.0) - f_D = 4a_2 \\ \Rightarrow 4.0 - f_D &= 4a_2 \xrightarrow{f_D = 1.0 \text{ N}} 4.0 - 1.0 = 4a_2 \\ \Rightarrow a_2 &= \frac{3.0}{4} = 0.75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow a_2 = 7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

به دلیل حرکت جسم با سرعت ثابت، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است.



$$\begin{aligned} F_{\text{net}_x} &= 0 \Rightarrow F_e = f_k \\ k \cdot \Delta x &= \mu_k mg \\ 20.0 \times \frac{\Delta}{100} &= \mu_k \times 5 \times 10 \Rightarrow \mu_k = 0.2 \end{aligned}$$

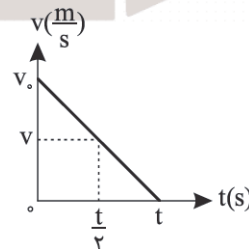
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی اصطکاک جنبشی است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} = -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g = -0.2 \times 10 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جسم با تندی اولیه v_0 پرتاب شده و پس از مدت زمان t ، توقف می‌کند بنابراین نمودار سرعت - زمان حرکت جسم به صورت زیر است:



$$v_0 = |a| \times t = 2t$$

با توجه به اینکه سرعت متحرک در لحظه t برابر صفر است و با توجه به مفهوم شتاب، سرعت آن $\frac{t}{2}$ ثانیه قبل از لحظه توقف برابر است با:

$$v = |a| \times \frac{t}{2} \xrightarrow{|a| = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} v = 2 \times \frac{t}{2} = t$$

۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (V^2 - V_0^2) = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (900 - 400) = 50 \text{ J}$$

$$W_{mg} = +mgh = 0.2 \times 10 \times 40 = 80 \text{ J}$$

$$W_t = W_{mg} + W_{f_D} \Rightarrow 50 = 80 + W_{f_D} \Rightarrow W_{f_D} = -30 \text{ J}$$

$$\frac{W_{mg}}{W_{f_D}} = \frac{80}{-30} = -\frac{8}{3}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۸)

۶۴. گزینه ۱ صحیح است.

انرژی جنبشی با جرم و مجذور تندی رابطه مستقیم دارد. بنابراین:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{\substack{K_2=1.8K_1 \\ v_2=1.5v_1}} 1.8 = \frac{m_2}{m_1} \times 2.25$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 0.8 \Rightarrow m_2 = 0.8m_1$$

جرم نهایی ۰/۸ جرم اولیه است، بنابراین جرم جسم ۲۰ درصد کاهش یافته است.

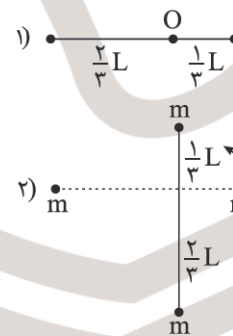
(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

مورد (الف) نادرست و سایر موارد درست است. کار نیروی وزن در جابه‌جایی به سمت بالا همواره منفی است. زیرا زاویه بین نیروی وزن و بردار جابه‌جایی بین ۹۰° تا ۱۸۰° است و کار نیروی وزن منفی خواهد بود.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow 0 = K_2 - mg \frac{2}{3} L + mg \frac{L}{3}$$

$$\Rightarrow K_2 = mg \frac{1}{3} L = \frac{1}{3} mgL$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

در طول مسیر اتلاف انرژی وجود ندارد، بنابراین انرژی مکانیکی در تمام نقاط مسیر یکسان است. در هر دو نقطه A و C انرژی جنبشی صفر است. اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را نقطه C فرض کنیم، در نقطه A انرژی پتانسیل به صورت گرانشی و در نقطه C به صورت انرژی پتانسیل کشسانی است.

$$E_A = E_C$$

$$mgh = 0.06$$

$$0.02 \times 10 \times h = 0.06$$

$$\Rightarrow h = \frac{0.06}{0.2} = 0.3 \text{ m}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{AC} \Rightarrow 0.6 = \frac{0.3}{AC} \Rightarrow AC = 0.5 \text{ m}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{15}{x} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{15 \times 10}{6} = 25 \text{ cm}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

در حرکت ماهواره که با تندی ثابت دوران می‌کند نیروی خالص همان نیروی وزن است و چون جهت حرکت در حال تغییر است، حرکت شتاب‌دار و جهت شتاب به سمت مرکز زمین است، پس بردار شتاب ماهواره ثابت نیست.

(فیزیک دهم، تمرین ۹ صفحه ۷۹)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$W_F = Fd$$

$$W_{F'} = F'd \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\frac{Fd}{2} \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{1}{10} W_{F'} = -\frac{1}{10} Fd$$

$$\Rightarrow W_t = Fd - \frac{Fd}{2} - \frac{1}{10} Fd = \frac{1}{2} Fd - \frac{1}{10} Fd = \frac{4}{10} Fd$$

$$\Rightarrow W_t = 0.4 W_F$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$P = \frac{mgh}{t} = \frac{70 \times 10 \times 15}{5} = 2100 \text{ W} = 2.1 \text{ kW}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

شیمی

۷۱. گزینه ۴ صحیح است.

محلول فراسیرشده ناپایدار است در حالی که محلول سیرنشده ناپایدار نیست. (شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

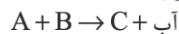
۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

گزاره داده شده صحیح است. دقت شود با توجه به اینکه با افزایش دما انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در آب کاهش می‌یابد، پس میزان انحلال‌پذیری آن در دمای ۷۰°C کمتر از میدان انحلال‌پذیری آن در دمای ۴۰°C است.

بررسی همه عبارت‌ها:

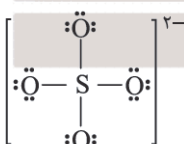
آ) مقدار نمک‌های کلسیم‌دار در ادرار افراد سالم از انحلال‌پذیری آنها کمتر است.

ب) A و B محلول‌اند و به یک ماده ناهمگن تبدیل شده‌اند، پس انحلال‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از انحلال‌پذیری C است.



پ) نمودار انحلال‌پذیری KNO_3 خطی نیست.

ت) ساختار لوویس آنیون سولفات (SO_4^{2-}) به صورت زیر است که در آن ۸ الکترون پیوندی وجود دارد.



(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به میزان انحلال‌پذیری باریم سولفات، نتیجه می‌شود که در ۱°C گرم آب، ۸ گرم باریم سولفات حل شده است. اگر جرم محلول را تقریباً برابر با جرم آب در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$24 \text{ g BaSO}_4 \times \frac{1 \text{ g محلول}}{8 \text{ g BaSO}_4} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{1 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}}$$

$$= 3 \times 10^{-3} \text{ L محلول}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)



پ) در فرایند اسمز، در انتهای فرایند غلظت حل شونده‌های موجود در دو محیط ایجاد شده توسط غشای نیمه‌تراوا لزوماً برابر نخواهد بود. (شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۸۱. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا درصد جرمی محلول را به دست می‌آوریم:

$$\theta = 35^{\circ}\text{C} \Rightarrow S = 0.6 \times 35 + 58 = 79$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{S}{100+S} \times 100 \Rightarrow \text{درصد جرمی} = \frac{79}{179} \times 100 \approx 44\%$$

$$M = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times 10}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1.0 \times 44 \times 10}{331} \approx 1.33 \text{ mol/L}$$

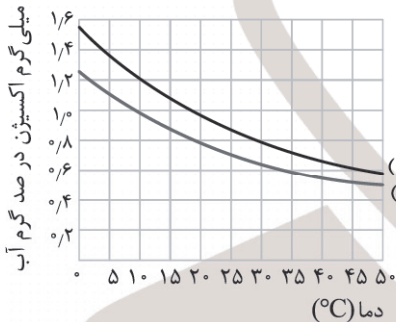
(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۲. گزینه ۴ صحیح است.

موارد دوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

مورد دوم: در نمودار داده‌شده که مربوط به انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی و آب دریا است. نمودار شماره (۲) مربوط به آب دریا می‌باشد.



مورد چهارم: نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم، دو برابر یون سدیم است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۲۱)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

موارد دوم و سوم نادرست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: معادله $\text{H}^+(\text{aq}) + \text{OH}^-(\text{aq}) \rightarrow \text{H}_2\text{O}(\text{l})$ نشان دهنده واکنش خنثی شدن اسید و باز است.

مورد سوم: آمونیاک از جمله بازهای ضعیف است که در محلول آن افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار زیادی از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۶ و ۲۹ تا ۳۱)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ا) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ا) آمونیاک یک باز ضعیف است و به طور جزئی یونیده می‌شود. به همین علت الکترولیت ضعیف به شمار می‌رود.

پ) pH محلول ۰.۱ مولار استیک اسید از pH محلول ۰.۱ مولار فرمیک اسید بزرگ‌تر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

انحلال پذیری $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ در دمای 70°C برابر 50 گرم در 100 گرم آب است. بنابراین:

$$\text{محلول } 150\text{g} = 50 + 100 = 150$$

$$\%33 \approx \frac{50}{150} \times 100 = \text{درصد جرمی}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

موارد اول، دوم و چهارم صحیح‌اند.

بررسی همه موارد:

مورد اول: CH_4 و CO_2 ناقطبی‌اند در حالی که O_3 قطبی است.

مورد دوم: اتم اکسیژن نسبت به C و H خصلت نافلززی بیشتری دارد و در مولکول‌های CO و H_2O سر منفی را تشکیل می‌دهد.

مورد سوم: گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناچیز بوده و در حدود صفر می‌باشد.

مورد چهارم: مولکول‌های ناجور هسته (به فرم AB) قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

مقایسه نیروهای بین مولکولی موجود در I_2 ، Cl_2 و Br_2 به صورت $\text{I}_2 > \text{Br}_2 > \text{Cl}_2$ است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به جدول داریم:

$$S = a\theta + b \Rightarrow a = \frac{\Delta S}{\Delta \theta} \Rightarrow a = \frac{8 - 72}{10 - 0} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$S = 0.8\theta + 72 \xrightarrow{\theta=24} S = 0.8(24) + 72 = 91.2\text{g}$$

بنابراین به ازای 100 گرم آب 91.2 گرم سدیم نیترات حل شده است، حال داریم:

$$\frac{100\text{g}}{140\text{g}} \left| \frac{91.2}{x} \right. \Rightarrow x = 127.68\text{g}$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۰۳)

۷۸. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(۲) اتانول و استون دو ترکیب آلی اکسیژن‌دار هستند که نقطه جوش اتانول به دلیل داشتن پیوند هیدروژنی نسبت به استون بیشتر است.

(۳) مقایسه نقطه جوش AsH_3 ، PH_3 ، NH_3 به صورت $\text{NH}_3 > \text{AsH}_3 > \text{PH}_3$ است.

(۴) آب، فراوان‌ترین و رایج‌ترین حلال در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه است. (شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

فقط عبارت (ت) نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

از واکنش قرص جوشان با آب گاز CO_2 آزاد می‌شود که انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به NO دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۲۲)

۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (ا) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) برای حذف آلاینده‌های موجود در آب دریا، روش اسمز معکوس نسبت به روش تقطیر مناسب‌تر است، زیرا آلاینده‌های بیشتری را حذف می‌کند.



۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت نادرست:

$$\begin{aligned} \text{pH} = 2,7 \Rightarrow [\text{H}^+] &= 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2,7} \\ \Rightarrow [\text{H}^+] &= 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \\ [\text{H}^+][\text{OH}^-] &= 10^{-14} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \\ \Rightarrow [\text{OH}^-] &= \frac{1 \times 10^{-14}}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1} \\ \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} &= \frac{2 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-12}} = 4 \times 10^8 \end{aligned}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۸۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{K_{\text{HA}}}{K_{\text{HB}}} = \frac{\frac{[\text{H}^+]^2}{M_{\text{HA}}}}{\frac{[\text{H}^+]^2}{M_{\text{HB}}}} = 10^8 \Rightarrow \frac{[\text{H}^+]_{\text{HA}}}{[\text{H}^+]_{\text{HB}}} = 10^4$$

$$\text{pH}_{\text{HA}} = \text{pH}_{\text{HB}} - 4$$

با توجه به اینکه غلظت اولیه هر دو اسید برابر است، اسیدی که K_a کمتری دارد، pH بیشتری خواهد داشت.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} ? \text{ mol H}^+ &= 89,6 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{22400 \text{ mL HCl}} \times \frac{1 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol HCl}} \\ &= 4 \times 10^{-3} \text{ mol H}^+ \\ \text{مولارته} &= \frac{\text{مول}}{\text{حجم}} = \frac{4 \times 10^{-3}}{2} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{pH} = \log[\text{H}^+] \Rightarrow \text{pH} = -\log 2 \times 10^{-3} \Rightarrow \text{pH} = 3 - \log 2 = 2,7$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow 2 \times 10^{-3} \times [\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 5 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۸۸. گزینه ۴ صحیح است.

تنها HF می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به داده‌های سؤال داریم:

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \Rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M - [\text{H}^+]} \Rightarrow 10^{-4} = \frac{10^{-8}}{M - 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow M = 2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{مولار} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم}} \Rightarrow 2 \times 10^{-4} = \frac{\text{جرم مولی}}{0,4} = \frac{70,4 \times 10^{-4}}{0,4}$$

$$8 \times 10^{-5} = \frac{70,4 \times 10^{-4}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{جرم مولی} = 88 : \text{g.mol}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۹۰. گزینه ۴ صحیح است.

واکنش از نوع خنثی شدن است و از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$n_1 \times M_1 \times V_1 = n_2 \times M_2 \times V_2$$

اسید

باز

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-5,4} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-6+0,6}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 4 \times 10^{-6}$$

$$[\text{H}^+] = M \cdot \alpha \Rightarrow 4 \times 10^{-6} = M \times 10^{-2} \Rightarrow M = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$1 \times 4 \times 10^{-4} \times 100 = 1 \times 2 \times 10^{-2} \times V_2 \Rightarrow V_2 = 2 \text{ mL}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۹۱. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\text{pH} = 11 \Rightarrow \text{pOH} = 3 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-\text{pOH}}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = M \cdot \alpha \Rightarrow M = \frac{[\text{OH}^-]}{\alpha}$$

$$\Rightarrow M = \frac{1 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-2}} = 25 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol BOH} = 0,4 \text{ L محلول} \times \frac{25 \times 10^{-3} \text{ mol BOH}}{1 \text{ L محلول}}$$

$$= 0,01 \text{ mol BOH}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) اگر از دو محلول لوله‌بازکن و جوهر نمک به طور همزمان استفاده شود، خنثی می‌شوند.

(پ) در بازها هر چه K_b بیشتر باشد، آن باز قوی‌تر است.(ت) در دمای ثابت با افزایش حجم، حاصل عبارت $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$ ثابت می‌ماند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۹۳. گزینه ۱ صحیح است.

رنگ گل ادریسی در خاکی که اسیدی است به رنگ آبی درمی‌آید.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۱، ۳۲ تا ۳۴)

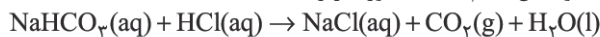
۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

محلول سدیم هیدروژن کربنات در آب خاصیت بازی دارد.

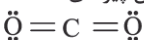
(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۹۵. گزینه ۳ صحیح است.

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



بررسی همه موارد:

(آ) فرآورده گازی CO_2 است که دارای ۴ جفت الکترون پیوندی است.(ب) یون‌های Cl^- و Na^+ در این واکنش دست‌نخورده باقی می‌مانند.(پ) در ترکیب یونی حاصل شده در این واکنش (NaCl)، نسبت آنیون به کاتیون برابر ۱ است.

(ت) مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌ها پس از موازنه برابر ۳ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۶)